CORRECTION PARTIE 2

Exercice 1

Les 7 parties sont indépendantes

I. On donne $E = 2x^2 + \frac{3}{4}x - 5$

a) E= $2\times(-1)^2 + \frac{3}{4}\times(-1) - 5 = 2\times 1 - \frac{3}{4} - 5 = -3 - \frac{3}{4} = -\frac{12}{4} - \frac{3}{4} = -\frac{15}{4}$

Pour x = -1 $\boxed{E = -\frac{15}{4}}$

b) E=$2\times\left(\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{3}{4}\times\frac{3}{4} - 5 = 2\times\frac{9}{16} + \frac{9}{16} - \frac{80}{16} = \frac{27}{16} - \frac{80}{16} = -\frac{53}{16}$

Pour x = $\frac{3}{4}$ $\boxed{E = -\frac{53}{16}}$

c) E= $2\times\left(4\sqrt{5}\right)^2 + \frac{3}{4}\times 4\sqrt{5} - 5 = 2\times 16\times 5 + 3\sqrt{5} - 5 = 160 - 5 + 3\sqrt{5} = 155 + 3\sqrt{5}$

Pour x = $4\sqrt{5}$ $\boxed{E = 155 + 3\sqrt{5}}$

II. On donne les deux expressions : $A = 25x^2 - 30x + 9$ $B = (5x-2)^2 - 1$

a) $A = 25x^2 - 30x + 9 = \boxed{(5x-3)^2}$ $B = (5x-2)^2 - 1 = (5x-2+1)(5x-2-1) = \boxed{(5x-1)(5x-3)}$

b) $C = A+B = (5x-3)^2 + (5x-1)(5x-3) = (5x-3)(5x-3+5x-1) = \boxed{(5x-3)(10x-4)}$

c) C= 0 soit $(5x-3)(10x-4) = 0$. Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$5x-3 = 0$ ou $10x-4 = 0$

$x = \frac{3}{5}$ ou $x = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

L'équation C = 0 a $\boxed{\text{deux solutions } \frac{3}{5} \text{ et } \frac{2}{5}}$.

III. On considère l'expression $E = (3x+1)^2 - 8(3x+1)$

a) $E = (3x+1)(3x+1-8) = \boxed{(3x+1)(3x-7)}$

b) Si $x = \frac{7}{3}$, $E = (3\times\frac{7}{3} + 1)(3\times\frac{7}{3} - 7) = 8\times 0 = 0$ $\boxed{E = 0}$

c) $E = 9x^2 + 6x + 1 - 24x - 8 = \boxed{9x^2 - 18x - 7}$

d) Si $x = 1 - \sqrt{2}$, $E = 9(1-\sqrt{2})^2 - 18(1-\sqrt{2}) - 7$

$= 9(1 - 2\sqrt{2} + 2) - 18 + 18\sqrt{2} - 7$

$= 9 - 18\sqrt{2} + 18 - 18 + 18\sqrt{2} - 7$ $\boxed{E = 2}$

e) Si $E = 9x^2$ alors $9x^2 - 18x - 7 = 9x^2$ $-18x - 7 = 0$ $-18x = 7$ $\boxed{x = \frac{-7}{18}}$

IV. On pose F = $(5x + 2)^2 - 4x(3x + 5) - (4 - 3x^2)$

a) $F= 25x^2 + 20x + 4-12x^2 -20x - 4+ 3x^2 = 16x^2$ donc $\boxed{F = (4x)^2}$

b) $16x^2 = 144$ $x^2 = 144 \div 16 = 9$.

L'équation $x^2= 9$ a $\boxed{\text{deux solutions } \sqrt{9} = 3 \text{ et } -\sqrt{9} = -3}$

c) Pour $x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $F = 16 \times \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 16 \times \dfrac{3}{4} = \dfrac{4 \times 4 \times 3}{4}$ $\boxed{F = 12}$

V. $R = \dfrac{a^2 \times b^3}{a^4 \times b^6} = a^{2-4} \times b^{3-6} = a^{-2} \times b^{-3} = a^{-2}b^{-3}$ $\boxed{R = a^{-2}b^{-3}}$

$S = \dfrac{3ac^2 \times 35b^{-8}}{15b^{-3}a^4} = \dfrac{3 \times 35 \times a \times c^2 \times b^{-8}}{15 \times b^{-3} \times a^4} = \dfrac{3 \times 5 \times 7}{3 \times 5} \times a^{-3} \times c^2 \times b^{-5} = 7a^{-3}b^{-5}c^2$ $\boxed{S = 7a^{-3}b^{-5}c^2}$

$T = \dfrac{(a^2)^{-2} \times a^{10}}{a^7} = \dfrac{a^{-4} \times a^{10}}{a^7} = \dfrac{a^6}{a^7} = a^{-1}$ $\boxed{T = a^{-1}}$

$U = \dfrac{42 \times (10^{-8})^3 \times 10^7}{56 \times 10^{-12}} = \dfrac{6 \times 7 \times 10^{-17}}{7 \times 8 \times 10^{-12}} = \dfrac{6}{8} \times \dfrac{10^{-17}}{10^{-12}} = 0,75 \times 10^{-5}$ $\boxed{U = 7,5 \times 10^{-6} \text{ (écriture scientifique)}}$

VI.

a) $3x+7 = -9+8x$

$3x-8x = -9-7$

$-5x = -16$

$\boxed{x = \dfrac{16}{5}}$

b) $3x+7 < -9+8x$

$3x-8x < -9-7$

$-5x < -16$

$x > \dfrac{-16}{-5}$ $\boxed{x > \dfrac{16}{5}}$

c) $(2x+1)^2 -8x = 4x^2+4x+1-8x$

$= 4x^2 -4x +1$

$= (2x-1)^2$

Donc : $\boxed{\text{pour tout } x, (2x+1)^2 -8x = (2x-1)^2}$

VII.

- Les carrés de 2 nombres sont égaux si ces nombres sont égaux ou opposés.

On a donc $3x - 5 = 46$ ou $3x - 5 = -46$

$3x = 51$ ou $3x = -41$

$x = 17$ ou $x = -\dfrac{41}{3}$

<u>La seule solution entière est 17.</u>

- On peut multiplier les 3 membres de cette double inégalité par 44 qui est positif sans en changer le sens. On obtient : $44(1 + \dfrac{4}{11}) < 44(\dfrac{2x+26}{22}) \leq 44(1 + \dfrac{20}{44})$

D'où $44+16 < 4x+52 \leq 44+20$

$60 < 4x+52 \leq 64$

$60-52 < 4x \leq 64-52$

$8 < 4x \leq 12$

$2 < x \leq 3$

<u>La seule solution entière est 3</u>.

- $\sqrt{28}+\sqrt{1372}+\sqrt{175} = 2\sqrt{7} +14\sqrt{7} +5\sqrt{7} = 21\sqrt{7}$ donc <u>a = 21</u>

$\boxed{\text{Le pronostic de tiercé est donc : 17 ; 3 ; 21}}$.

Exercice 2

1) ADC est rectangle en A donc d'après le théorème de Pythagore :

$AD^2 = DC^2 - AC^2 = 7{,}25^2 - 5^2 = 27{,}5625$ donc $AD = \sqrt{27{,}5625} = \boxed{5{,}25 \text{ m.}}$

ABC est rectangle en C donc d'après le théorème de Pythagore :

$BC^2 = AB^2 - AC^2 = 6{,}25^2 - 5^2 = 14{,}0625$ donc $BC = \sqrt{14{,}0625} = \boxed{3{,}75 \text{ m.}}$

2) a) Les droites (MB) et (HC) sont sécantes en A. De plus (MH) // (BC) puisque ces deux droites sont toutes les deux perpendiculaires à (AC). Donc d'après le théorème de Thalès :

$\frac{AH}{AC} = \frac{\text{MH}}{\text{BC}}$ soit $\frac{AH}{5} = \frac{x}{3{,}75}$ donc $\text{AH} = \frac{x}{3{,}75} \times 5 = \boxed{\frac{4}{3}x}$

b) Les droites (MD) et (HA) sont sécantes en C. De plus (MH) // (DA) puisque ces deux droites sont toutes les deux perpendiculaires à (AC). Donc d'après le théorème de Thalès :

$\frac{CH}{AC} = \frac{\text{MH}}{\text{DA}}$ soit $\frac{CH}{5} = \frac{x}{5{,}25}$ donc $\text{CH} = \frac{x}{5{,}25} \times 5 = \boxed{\frac{20}{21}x}$

d) A,H et C sont alignés dans cet ordre donc $\text{AC} = \text{AH} + \text{HC} = \frac{4}{3}x + \frac{20}{21}x = \frac{28x + 20x}{21} = \frac{48x}{21} = \frac{16x}{7}$

3) Or AC = 5 m. On a donc l'équation $\frac{16}{7}x = 5$; $x = 5 \times \frac{7}{16} = \frac{35}{16} = 2{,}1875$ m.

$\boxed{x \text{ vaut donc environ 2,19 m (arrondi au cm)}}$

Exercice 3

On donne 2 fonctions f et g définies par $f(x) = x^2$ et $g(x) = 3x + 5\,(2x - 4)$

a) $g(x) = 3x + 10x - 20 = 13x - 20$ $\boxed{g(x) = 13x-20}$

b) g est une fonction affine donc $\boxed{\text{sa représentation graphique est une droite}}$

c) La fonction f n'est $\boxed{\text{ni affine ni linéaire}}$ puisque f(x) n'est ni de la forme $f(x) = ax$, ni de la forme $f(x) = ax+b$

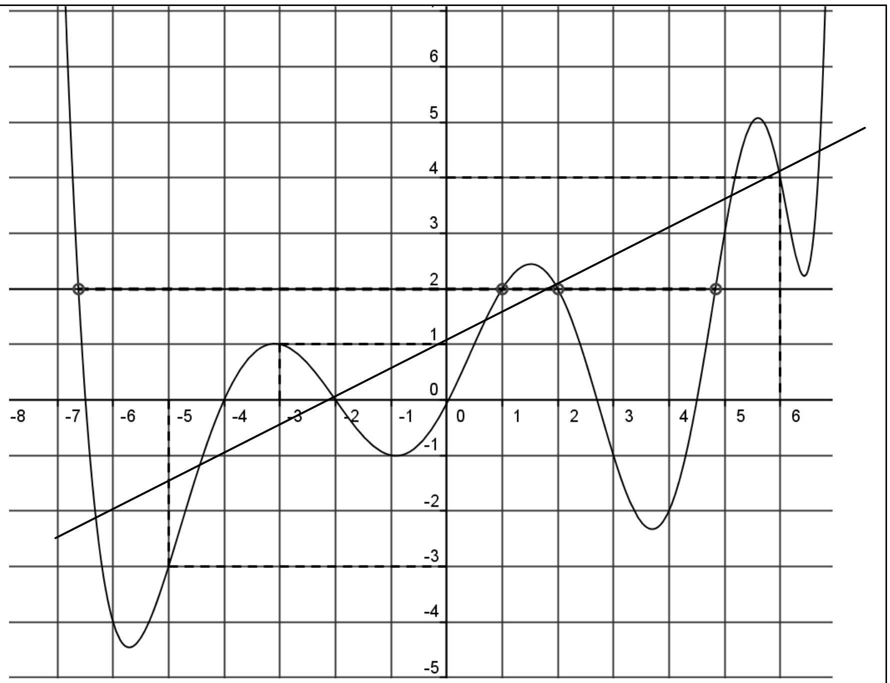
d) $f(-3) = (-3)^2 = 9$. $\boxed{\text{L'image de -3 par f est 9}}$

e) L'antécédent de 0 par g est la solution de $13x-20 = 0$ $13x = 20$ $x = \frac{20}{13}$

$\boxed{\text{L'antécédent de 0 par g est } \frac{20}{13}}$

f) Les antécédents de 4 par la fonction f sont les nombres tels que $f(x) = 4$ donc $x^2 = 4$. Cette équation a deux solutions +2 et -2 donc $\boxed{\text{le nombre 4 a deux antécédents par la fonction f : +2 et -2}}$

Exercice 4



1) La courbe ci-contre est la représentation d'une fonction h.

- Le nombre d'antécédents de 2 est $\boxed{4}$
- L'image de -3 est égale à $\boxed{1}$
- Un antécédent de $\boxed{-3}$ est égal à – 5
- Le nombre 6 est un antécédent de $\boxed{4}$
- $h(-4) = \boxed{0}$

2) a) f est une fonction affine donc sa représentation graphique est une droite.

f : x $\mapsto \frac{1}{2}$x + 1. Les points (0;1) et (6 ; 4) appartiennent à cette droite puisque

$\frac{1}{2}\times 0 + 1 = 1$ et $\frac{1}{2}\times 6 + 1 = 4$

b) Il y a 8 points d'intersection entre la courbe et la droite (voir ci-contre) donc l'équation

f(x) = h(x) a 8 solutions.

Exercice 5

1. Pour déterminer le nombre maximum de plateaux il faut calculer le PGCD de 315 et 225

Appliquons l'algorithme d'Euclide

$315 = 1\times 225 + 90$

$225 = 2 \times 90 + 45$

$90 = 2 \times 45 + 0$

Le dernier reste non nul est 45 donc c'est le PGCD de 315 et 225.

$315 \div 45 = 7$; $225 \div 45 = 5$

Les serveurs peuvent préparer 45 plateaux composés de 7 éclairs au chocolat et de 5 millefeuilles.

2. Soit x le prix d'un éclair au chocolat et soit y le prix d'un millefeuille. D'après les données de l'énoncé, on obtient le système d'équations suivant : $\begin{cases} 315x + 225y = 1350 \\ 220x + 150y = 920 \end{cases}$

En multipliant la 2ème ligne par 1,5 on obtient le système équivalent suivant : $\begin{cases} 315x + 225y = 1350 \\ 330x + 225y = 1380 \end{cases}$

En soustrayant membre à membre, on obtient l'équation : 15x = 30 soit x = 2.

En remplaçant x par 2 dans la 1ère ligne, on obtient :

$315\times 2 + 225y = 1350$ soit $225y = 720$; $y = 720 \div 225 = 3,2$

Un éclair au chocolat coûte 2 € et un millefeuille coûte 3,2 €.